Ein Bedienkanal

Mittlere Zeit zwischen zwei Ankünften	$E(A) = \frac{1}{\alpha}$
Ankunftsrate	$\alpha = \frac{1}{E(A)}$
Mittlere Bedienzeit	$E(B) = \frac{1}{\beta}$
Bedienrate	$\beta = \frac{1}{E(B)}$
Verkehrsdichte	$\rho = \frac{\alpha}{\beta}$
Wahrscheinlichkeit für n Objekte in Schlange	$P_0 = 1 - \rho$ $P_n = \rho^n \times (1 - \rho)$
Mittlere Schlangenlänge	$\overline{n} = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\alpha}{\beta - \alpha}$
Mittlere Aufenthaltszeit	$\overline{T} = \frac{1}{\beta - \alpha}$
Mittlere Wartezeit	$\overline{W} = \frac{\alpha}{\beta(\beta - \alpha)} = \frac{1}{\beta - \alpha} - \frac{1}{\beta}$

Kostenrechnung

Bedienkosten	$K_{B(m)} = m \times k_B$	Mit m Bedienkanälen
Warte-/Aufenthaltskosten	$K_{W(m)} = \overline{n}_{(m)} \times k_W$	Mit m Bedienkanälen
Spezifische Kosten pro Bedienkanal	k_B	
Spezifische Aufenthaltsdauer pro Objekt	k_W	
Gesamtkosten	$K_{(m)} = m \times k_B + \overline{n}_{(m)} \times k_W$	

Wenn die Kosten $K_{(m)}$ das Minimum betragen sollen, müssen folgende Ungleichungen erfüllt sein:

$$\overline{n}_{(m-1)} - \overline{n}_{(m)} \geq \frac{k_B}{k_W}$$

$$\overline{n}_{(m)} - \overline{n}_{(m+1)} \leq \frac{k_B}{k_W}$$

Alternative Berechnung über eine Kostentabelle:

m	P_0	$\overline{n}$	$\overline{n}_{(m-1)} - \overline{n}_{(m)}$	K
1	$1-\rho$	$\frac{\rho}{1-\rho}$	--	$m \times k_B + \overline{n}_{(m)} \times k_W$

Mehrere Bedienkanäle, mehrere Warteschlangen

Betrachtung für m Teilsysteme mit einem Bedienkanal. (m = Anzahl Warteschlangen)	
Ankunftsrate	$\alpha^* = \frac{\alpha}{m}$
Bedienrate	$\beta^* = \beta$

Mehrere Bedienkanäle, eine Warteschlange

Mittlere Zeit zwischen zwei Ankünften	$E(A) = \frac{1}{\alpha}$
Ankunftsrate	$\alpha^* = \alpha$
Mittlere Bedienzeit	$E(B) = \frac{1}{\beta^*}$
Bedienrate	$\beta^* = \begin{cases} n \times \beta & n < m \\ m \times \beta & n \geq m \end{cases}$
Wahrscheinlichkeit für 0 Objekte in der Schlange	$P_0 = \frac{1}{\frac{\rho^m}{(m-1)!(m-\rho)} + \sum_{n=0}^{m-1} \frac{\rho^n}{n!}}$ mit $\rho = \frac{\alpha}{\beta}$
Wahrscheinlichkeit für n Objekte in der Schlange	$P_n = \frac{\rho^n}{n!} \times P_0 \quad n < m$ $P_n = \frac{\rho^n}{m! \times m^{n-m}} \times P_0 \quad n \geq m$
Mittlere Schlangenlänge	$\bar{n} = \frac{\rho^{m+1}}{(m-1)!(m-\rho)^2} \times P_0 + \rho$
Mittlere Aufenthaltszeit	$\bar{T} = \frac{1}{(m \times \beta - \alpha)}$
Mittlere Wartezeit	$\bar{W} = \frac{\alpha}{(m \times \beta - \alpha) \times m \times \beta}$

Zwei Bedienkanäle, eine Warteschlange

Wahrscheinlichkeit für 0 Objekte in der Schlange	$P_0 = \frac{2-\rho}{2+\rho} = \frac{2-\frac{\alpha}{\beta}}{2+\frac{\alpha}{\beta}}$
Mittlere Schlangenlänge	$\bar{n} = \frac{\rho^3}{(2-\rho^2)^2} \times P_0 + \rho$