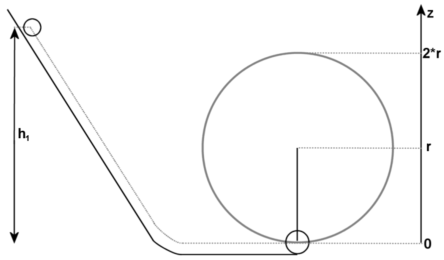


Eine Kugel (Masse m_1) rollt über eine Schräge abwärts und stößt zentral und elastisch gegen eine zweite, ruhende Kugel (Masse m_2), welche an einem Faden der Länge r befestigt ist. (Alle Trägheitsmomente und Reibungsverluste werden ignoriert.)

Geschwindigkeit v_{2u} welche die Kugel 2 in ihrem tiefsten Punkt haben muss um eine Kreisbahn zu durchlaufen.

Im oberen Punkt (Umkehrpunkt) der Kreisbahn muss im Grenzfall gelten:

$$\left|\vec{F}_{ZF}\right| = \left|\vec{F}_G\right| \qquad F_{ZF} = \frac{m * v^2}{r} \qquad F_G = m * g$$

$$\frac{m_2 * v_{2u}^2}{r} = m_2 * g$$

$$v_{2o} = \sqrt{g * r}$$ (Geschwindigkeit im Umkehrpunkt)

Energieerhaltungssatz:

$$E_{GES} = E_{KIN}(z=0) = E_{POT}(z=2r) + E_{KIN}(z=2r)$$

(d.h. $E_{KIN}(z=0)$ wird in $E_{POT}(z=2r)$ und $E_{KIN}(z=2r)$ umgewandelt, da sie sich bewegt und „nach oben klettert".)

$$0{,}5 * m_2 * v_{2u}^2 = m_2 * g * 2r + 0{,}5 * m_2 * v_{2o}^2$$

$$v_{2u}^2 = 4 * g * r + v_{2o}^2$$

$$v_{2u} = \sqrt{5 * g * r}$$ (Geschwindigkeit im tiefsten Punkt der zweiten Kugel.)

Höhe h_1 aus der die erste Kugel losgelassen werden muss.

Impulserhaltung: elastischer Stoß, 2. Kugel anfangs in Ruhe
v : Geschwindigkeit vor dem Stoß
u : Geschwindigkeit nach dem Stoß

$$u_2 = v_{2u}$$

$$v_1 = \frac{m_1 + m_2}{2 * m_1} * u_2$$

Energieerhaltungssatz:

$$E_{POT} = E_{KIN}$$

$$m_1 * g * h_1 = 0{,}5 * m_1 * v_1^2$$

$$\Rightarrow h_1 = \frac{v_1^2}{2 * g}$$

Höhe h_2 welche die erste Kugel nach dem Stoß erreicht.

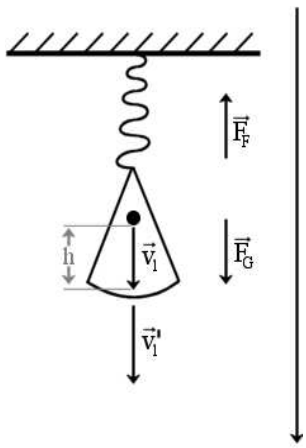
Geschwindigkeit der 1. Kugel nach dem Stoß

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} * v_1$$

$$h_2 = \frac{u_1^{\,2}}{2 * g}$$

An einer Schraubenfeder mit der Federkonstanten D hängt eine mit Sand gefüllte Waagschale mit der Masse m_{Sch}. Eine Metallkugel mit der Masse m_K fällt senkrecht aus der Höhe l in die Schale und bleibt nach dem Aufschlag dort liegen.

Geschwindigkeit des Systems Waagschale/Kugel unmittelbar nach dem Aufschlag der Kugel.



Geschwindigkeit der Kugel beim Aufschlag

$$E_{POT} = E_{KIN}$$

$$m_K * g * h = 0{,}5 * m_K * v_1^{\,2}$$

$$v_1 = \sqrt{2 * g * h}$$ (freier Fall)

Geschwindigkeit des Systems nach dem Stoß (elastischer Stoß)

$v_2 = 0$ (Geschwindigkeit der Schale vor dem Stoß)

$$v_1' = \frac{m_1}{m_1 + m_2} * v_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} * v_2$$

$$v_1' = \frac{m_1}{m_K + m_{Sch}} * v_1$$

Neue Ruhelage y_2 der Waagschale nach dem Aufschlag. (Hier: Differenz zur vorherigen Ruhelage)

$\vec{F}_F + \vec{F}_G = 0$ $\qquad$ $\vec{F}_F = -D * y_2$ $\qquad$ $\vec{F}_G = m_K * g$ (es wird nur die Differenz gesucht)

$$-D * y_2 + m_K * g = 0$$

$$y_2 = \frac{m_K * g}{D}$$

Schwingungsdauer T_0 der entstandenen Ungedämpften harmonischen Schwingung.

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}} \qquad m = m_K + m_{Sch}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Hebt die Kugel während der Schwingung ab, wenn die maximale Auslenkung $\hat{y}$ beträgt?

Damit die Kugel nicht abhebt, darf die maximale Beschleunigung der Schale nur gleich g werden.

$a = \ddot{s} = -\hat{y} * \omega^2 * \sin(\omega * t + \varphi_0) = -\hat{a} * \sin(\omega * t + \varphi_0)$
(Koeffizientenvergleich)
$\Rightarrow \hat{a} = \hat{y} * \omega^2$

Wenn $\hat{a} < g$ dann hebt die Kugel nicht ab. Wenn $\hat{a} > g$ dann hebt die Kugel ab.