Schwingungen

Federpendel, gebildet aus einer Feder (Federkonstante D) und Masse m wird durch eine periodische Kraft der Amplitude $\hat{F}_0$ zum Schwingen angeregt. Bei der Anregungsfrequenz 0Hz beträgt die Auslenkung des Pendels $\hat{y}_0$, bei der Frequenz f_R erreicht die Auslenkung ein Maximum.

Anregungskreisfrequenz bei f_R:

$$\omega_R = 2 * \pi * f_R$$

Dämpfungskonstante δ (Einheit: s^{-1}):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

$$\omega_R = \sqrt{\omega_0{}^2 - 2\delta^2}$$ (Resonanzkreisfrequenz $\omega_r = \sqrt{\omega_0{}^2 - 2\delta^2}$) [Buch S.216, M13.40]

$$\omega_R{}^2 = \omega_0{}^2 - 2\delta^2$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\omega_0{}^2 - \omega_R{}^2}{2}}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\frac{D}{m} - \omega_R{}^2}{2}}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\frac{D}{m} - (2\pi * f_R)^2}{2}}$$

Reibungskonstante μ:

$\mu = \delta * 2 * m$ (Einheit: kgs^{-1})

Resonanzüberhöhung ξ der Amplitude:

$$\frac{\hat{y}(\omega_R)}{\hat{y}(\omega_0)} = \frac{\omega_0}{2\delta} = \xi$$ (gilt für $\delta^2 << \omega_0{}^2$) [ansonsten Buch S.217, M13.42]

Gesamtenergie des Federpendels im Resonanzfall:

$$E_{Ges} = 0{,}5 * D * \hat{y}_R{}^2 \qquad \hat{y}_R = \hat{y}_0 * \xi$$

$$\hat{F}_0 = D * \hat{y}_0 \Rightarrow \hat{y}_0 = \frac{\hat{F}_0}{D}$$

$$E_{Ges} = 0{,}5 * D * \left(\frac{\xi * \hat{F}_0}{D}\right)^2$$

Schwingungen

Zwei parallele Schwingungen mit gleicher Amplitude x_0, gleicher Phasenkonstante φ und mit den Periodendauern T_1, T_2 überlagern sich zu einer resultierenden Bewegung.

Resultierende Schwingung:

$$f = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

Periodendauer T der resultierenden Schwingung:

$$\frac{1}{T} = \frac{\frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}}{2}$$

Frequenz der Schwebung:

$$f_S = |f_1 - f_2|$$

Periodendauer T' der Schwebung:

$$T = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{T'} = \left|\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right| \quad \text{bzw} \quad T' = \frac{1}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

In einem Stahlstab breiten sich Longitudinalwellen mit einer Geschwindigkeit v_1 aus. Ausbreitungsgeschwindigkeit der Transversalwellen v_2, Poisson-Zahl μ, Dichte ρ, Schubmodul $G = \frac{\mu * E}{2*(\mu+1)}$ (E =Elastizitätsmodul)

$$v_{PL}^{(l)} = v_1 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$ (Längswellen, Longitudinalwellen)

$$v_{PL}^{(tr)} = v_2 = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$ (Querwellen, Transversalwellen)

$$v_1{}^2 = \frac{E}{\rho} \Rightarrow E = v_1{}^2 * \rho \Rightarrow G = \frac{\mu}{2*(\mu+1)} * v_1{}^2 * \rho$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{\mu * v_1{}^2 * \rho}{2*(\mu+1)*\rho}}$$

Schwingungen

Gegen einen Stahldraht mit Dichte ρ, Querschnitt A, Länge l, gespannt mit der Kraft F wird an einem Ende Senkrecht zur Spannrichtung geschlagen.

Laufzeit t der Querwelle von Ende zu Ende:

$$v_{PL}^{(tr)} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{A*\rho}}$$

$$v = \frac{s}{t} \Rightarrow t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{s}{v_{PL}^{(tr)}} = \frac{l}{\sqrt{\frac{F}{A*\rho}}}$$