

## Mechanik

---

Auf einer großen Kugel (Radius  $r$ ) befindet sich eine kleine Kugel in labiler Lage.

Abstand  $s$  von der Ursprungsposition in dem die kleine die große Kugel verlässt:

$$s = r * \varphi \quad \cos \varphi = \frac{r - h}{r}$$

$$F_{ZP} = F_G * \cos \varphi = m * g * \cos \varphi = \frac{m * v^2}{r}$$

$$m * g * \frac{r - h}{r} = \frac{m * v^2}{r}$$

$$g * \frac{r - h}{r} = \frac{v^2}{r}$$

$$g * (r - h) = v^2$$

Energieerhaltungssatz:

$$E_{KIN} + E_{POT} = 0$$

$$E_{KIN} = 0,5 * m * v^2$$

$$E_{POT} = m * g * h$$

$$m * g * h = 0,5 * m * v^2 \quad (\text{kein } -, \text{ da die Richtung in diesem Fall egal ist})$$

$$2 * g * h = v^2$$

Aus den Formeln folgt:

$$g * (r - h) = 2 * g * h$$

$$r - h = 2 * h$$

$$h = \frac{r}{3}$$

$$\cos \varphi = \frac{r - \frac{r}{3}}{r}$$

und daraus folgt:  $s = r * \varphi$

Abstand  $d$  vom Durchmesser in dem die kleine Kugel auf den Boden auftrifft:

$$2 * r - h = v * t * \sin \varphi + 0,5 * g * t^2 \quad (\text{Schräger Wurf nach unten})$$

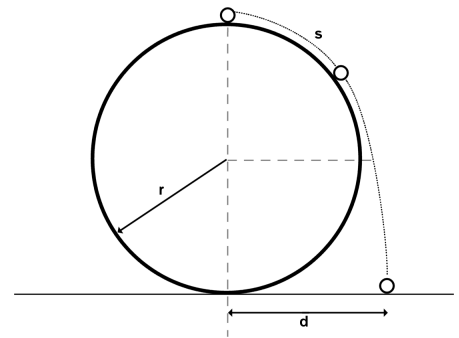
$$v = \sqrt{2 * g * h}$$

Nun muss  $t$  ausgerechnet werden:

$$2 * r - h = \sqrt{2 * g * h} * t * \sin \varphi + 0,5 * g * t^2$$

$$0,5 * g * t^2 + \sqrt{2 * g * h} * \sin \varphi * t - 2 * r + h = 0 \quad (\text{Zahlen einsetzen und mit PQ-Formel lösen})$$

$$d = v * t * \cos \varphi + r * \sin \varphi$$



---

Die Geschwindigkeit eines Objekts wächst linear mit der Zeit.

Abhängigkeit Geschwindigkeit/Zeit:

$$a(t) = k * t \quad (\text{mit } k = \text{const, da lineares Wachstum})$$

$$\Rightarrow v(t) = \int a dt = \int k * t dt = 0,5 * k * t^2 + c_1$$

Abhängigkeit Weg/Zeit:

$$x(t) = \int v(t) dt = \int 0,5 * k * t^2 dt = \frac{1}{6} * k * t^3 + c_2$$

---

Auf ein Auto mit der Masse  $m$  wirkt eine veränderliche Kraft  $F = F_0 - k * t$ . Die Ursprungsgeschwindigkeit beträgt  $v_0$  und die Kraft weist in Richtung Geschwindigkeit. (Reibungskräfte ignoriert)

Zeit  $t$  nach dem das Auto zum Stillstand kommt:

Abhängigkeit Geschwindigkeit/Zeit:

$$\vec{F} = m * \vec{a} \quad v = \int a dt + v_0 \quad F = F_0 - k * t$$

Kräfte gleichsetzen um die Beschleunigung auszurechnen:

$$m * a = F_0 - k * t$$

$$a = \frac{F_0 - k * t}{m}$$

Geschwindigkeit aus der Beschleunigung errechnen:

$$v = \int_0^t \frac{F_0 - k * t}{m} dt + v_0 = \int_0^t \frac{F_0}{m} dt - \int_0^t \frac{k * t}{m} dt + v_0$$

$$v = \frac{F_0}{m} * t - \frac{k}{m} * \frac{1}{2} t^2 + v_0$$

Stillstand bei  $v = 0$ , also Werte einsetzen und mit PQ-Formel ausrechnen:

$$v = 0 = t^2 - \frac{2 * F_0}{k} * t - \frac{2 * m * v_0}{k}$$

---

Federzug wird bewegt, Kraft und Bahn der Auslenkung haben die gleiche Richtung.

Arbeit  $W$  welche aufgewandt werden muss um die Feder um  $x_1$  zu dehnen. (Dehnung auf  $x_0$  benötigt  $F_0$ . Kraft wächst proportional zur Dehnung.)

$$\vec{F}_F = -D * \vec{x} = -D * x * \vec{e}_x \quad \vec{F} = -\vec{F}_F \quad D = \frac{F_0}{x_0}$$

$$W = \int F dx = \int_0^{x_1} D x dx = D * \int_0^{x_1} x dx = D * \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^{x_1} = \frac{1}{2} D * x_1^2$$

Mittlere Leistung wenn der Federzug  $i$  Mal in  $j$  Sekunden betätigt wird

$$\bar{P} = \frac{W}{t} \quad \bar{P} = \frac{W * i}{j}$$