

Formelsammlung Wechselstrom

Allgemein:

Komplexe Stromstärke	\underline{I}	$\underline{I} = \frac{U}{Z} \times e^{j\varphi_i}$
Komplexer Widerstand (Impedanz)	\underline{Z}	$\underline{Z} = R + jX = \frac{U}{I} \times e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = Z \times e^{j\varphi}$
Scheinwiderstand (Betrag der Impedanz)	Z oder $ \underline{Z} $	$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{1}{Y}$
Wirkwiderstand (Resistanz)	R	$R = Z \times \cos(\varphi) = \operatorname{Re}\{\underline{Z}\}$
Blindwiderstand (Reaktanz)	X	$X = Z \times \sin(\varphi) = \operatorname{Im}\{\underline{Z}\}$
Phasenwinkel φ	$\varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right) = \varphi_u - \varphi_i$	$\gamma = -\varphi = \arctan\left(\frac{B}{G}\right) = \varphi_i - \varphi_u$ (Phasenwinkel der Admittanz)
Komplexer Leitwert (Admittanz)	\underline{Y}	$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G + jB = Y^* e^{j\gamma}$ $\underline{Y} = \frac{I}{U} \times e^{j(\varphi_i - \varphi_u)} = \frac{I}{U} \times e^{-j\varphi} = \frac{I}{U} \times e^{j\gamma}$
Scheinleitwert (Betrag der Admittanz)	Y oder $ \underline{Y} $	$Y = \sqrt{G^2 + B^2} = \frac{1}{Z}$
Wirkleitwert (Konduktanz)	G	$G = Y \times \cos(\gamma) = \operatorname{Re}\{\underline{Y}\}$
Blindleitwert (Suszeptanz)	B	$B = Y \times \sin(\gamma) = \operatorname{Im}\{\underline{Y}\}$
Zeitliche Verzögerung Strom/Spannung	Δt	$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\varphi}{360^\circ} \Rightarrow \Delta t = \frac{\varphi}{360^\circ} \times \frac{1}{f}$
Formfaktor	ξ	$\xi = \frac{I}{ \underline{i} } = \frac{\text{Effektivwert}}{\text{Gleichrichtwert}}$
Scheitelfaktor	σ	$\sigma = \frac{\hat{i}}{I} = \frac{\text{Scheitelwert}}{\text{Effektivwert}}$
Gleichrichtwert	$ \underline{u} $ oder $ \underline{i} $	$ \underline{u} = \frac{2 \times \hat{u}}{\pi} \quad \underline{i} = \frac{2 \times \hat{i}}{\pi}$ <i>Nur bei sinusförmigem Wechselstrom!</i>
Gleichrichtwert (allgemein)	$ \underline{u} $ oder $ \underline{i} $	$ \underline{u} = \frac{1}{T} \times \int_0^T u(t) dt$ $ \underline{i} = \frac{1}{T} \times \int_0^T i(t) dt$
Effektivwert	U oder I	$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = 0,707\hat{u}$ $I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = 0,707\hat{i}$ <i>Nur bei sinusförmigem Wechselstrom!</i>

Formelsammlung Wechselstrom

Umrechnungsregeln Admittanz

Wirkleitwert (Konduktanz)	G	$G = \frac{R}{R^2 + X^2}$
Blindleitwert (Suszeptanz)	B	$B = \frac{-X}{R^2 + X^2}$
Wirkwiderstand (Resistanz)	R	$R = \frac{G}{G^2 + B^2}$
Blindwiderstand (Reaktanz)	X	$X = \frac{-B}{G^2 + B^2}$

Komplexe Leistung

Komplexe Leistung	\underline{S}	$\underline{S} = \underline{Z} \times I^2 = (R \times I^2) + j(X \times I^2)$ $\underline{S} = P + jQ$ $\underline{S} = Z \times e^{j\varphi} \times \frac{U^2}{Z^2} = \frac{1}{Z} \times e^{j\varphi} \times U^2$ $\underline{S} = \bar{Y} \times U^2$ $\underline{S} = (G \times U^2) - j(B \times U^2) = \underline{U} \times \bar{\underline{I}}$
Scheinleistung $[S] = VA$	S	$S = U \times I$
Wirkleistung $[P] = W$	P	$P = \operatorname{Re}\{\underline{S}\} = U \times I \times \cos(\varphi)$
Blindleistung $[Q] = Var$	Q	$Q = \operatorname{Im}\{\underline{S}\} = U \times I \times \sin(\varphi)$ $Q = X \times I^2 = -B \times U^2$
Leistungsfaktor	$\cos(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \frac{P}{S}$
Spulengüte	$\tan(\varphi)$	$\tan(\varphi) = \left(\frac{X_L}{R} \right)$
Verlustfaktor einer Spule		$\frac{1}{\tan(\varphi)}$

Formelsammlung Wechselstrom

ohmscher Widerstand

Phasenlage	Strom und Spannung sind in Phase ($\varphi_u = \varphi_i$)	
Strom (Effektivwert)	I_R	$I_R = \frac{U}{R}$
Komplexe Spannung	\underline{U}_R	$\underline{U}_R = U_R \times e^{j\omega t}$
Komplexer Strom	\underline{I}_R	$\underline{I}_R = \frac{U}{R} = \frac{U}{R} \times e^{j\omega t}$
Komplexer ohmscher Widerstand	\underline{Z}_R	$\underline{Z}_R = \frac{U}{I} = R$
Scheinwiderstand	Z_R	$Z_R = R$
Phasenwinkel	φ_R	$\varphi_R = 0$
Komplexer Leitwert	\underline{Y}_R	$\underline{Y}_R = \frac{I}{U} = \frac{1}{R}$
Wirkleistung	P_R	$P_R = \frac{\hat{i}^2 \times R}{2} = R \times I^2 = U \times I = G \times U$ $P_R = \frac{U^2}{R}$
Komplexe Leistung	\underline{S}_R	$\underline{S}_R = P$

(ideale) Induktivität

Phasenlage	Die Spannung eilt dem Strom um 90° voraus ($\varphi_u - \varphi_i = \varphi_L = 90^\circ$).	
Strom (Effektivwert)	I_L	$I_L = \frac{U}{\omega L}$
Komplexe Spannung	\underline{U}_L	$\underline{U}_L = L \times j \times I \times \omega \times e^{j\omega t} = j\omega L \times \underline{I}$
Komplexer Strom	\underline{I}_L	$\underline{I}_L = \frac{U}{j\omega L}$
Komplexer induktiver Widerstand	\underline{Z}_L	$\underline{Z}_L = jX_L = j\omega L = \frac{1}{jB_L} = \omega L \times e^{j90^\circ}$
Induktiver Blindwiderstand	X_L	$X_L = \omega L = -\frac{1}{B_L}$
Komplexer induktiver Leitwert	\underline{Y}_L	$\underline{Y}_L = jB_L = \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{jX_L}$
Induktiver Blindleitwert	B_L	$B_L = -\frac{1}{\omega L} = -\frac{1}{X_L}$
Scheinleitwert	Y_L	$Y_L = \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{\omega L}$
Komplexe induktive Leistung	\underline{S}_L	$\underline{S}_L = \underline{Z} \times I^2 = (R + jX_L) \times I^2$ $\underline{S}_L = P_L + jQ_L$
Induktive Blindleistung	Q_L	$Q_L = \omega L \times I^2 = \frac{U^2}{\omega L}$

Formelsammlung Wechselstrom

(ideale) Kapazität

Phasenlage	Der Strom eilt der Spannung um 90° voraus ($\varphi_u - \varphi_i = \varphi_C = -90^\circ$).	
Strom (Effektivwert)	I_C	$I_C = \omega C \times U$
Komplexer Strom	\underline{I}_C	$\underline{I}_C = j\omega C \times \underline{U} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_C} = \frac{\underline{U}}{jX_C} = -j \frac{\underline{U}}{X_C}$
Komplexe Spannung	\underline{U}_C	$\underline{U}_C = \frac{1}{j\omega C} \times \underline{I} = \underline{Z}_C \times \underline{I} = jX_C \times \underline{I}$
Komplexer kapazitiver Widerstand	\underline{Z}_C	$\underline{Z}_C = jX_C = \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{jB_C}$ $\underline{Z}_C = j \times \frac{-1}{\omega C} = \frac{1}{\omega C} \times e^{-j90^\circ}$
Kapazitiver Blindwiderstand	X_C	$X_C = -\frac{1}{\omega C} = -\frac{1}{B_C}$
Kapazitiver Scheinwiderstand	Z_C	$Z_C = -\frac{1}{\omega C}$
Komplexer kapazitiver Leitwert	\underline{Y}_C	$\underline{Y}_C = jB_C = j\omega C = \omega C \times e^{j90^\circ} = \frac{1}{jX_C}$ $\underline{Y}_C = \frac{\underline{I}}{\underline{U}}$
Kapazitiver Blindleitwert	B_C	$B_C = \omega C = -\frac{1}{X_C}$
Kapazitiver Scheinleitwert	Y_C	$Y_C = \omega C$
Komplexe kapazitive Leistung	\underline{S}_C	$\underline{S}_C = \underline{Z} \times I^2 = (R \times I^2) + j(X_C \times I^2)$ $\underline{S}_C = P_C + jQ_C$
Kapazitive Blindleistung	Q_C	$Q_C = X_C \times I^2$

Formelsammlung Wechselstrom

Reihenschaltung von Impedanzen

Komplexer Widerstand (Impedanz)	\underline{Z}	$\underline{Z} = \sum_{v=1}^n \underline{Z}_v = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \dots$
Komplexe Spannung	\underline{U}	$\underline{U} = \underline{Z} \times \underline{I}$ $\underline{U}_v = \underline{Z}_v \times \underline{I}$
Spannungsteilerregel		$\frac{\underline{U}_v}{\underline{U}} = \frac{\underline{Z}_v}{\underline{Z}}$

Reihenschaltung von Impedanz und Induktivität

Bei idealen Bauteilen beträgt der Winkel zwischen \underline{U}_R und \underline{U}_C 90°.

Komplexer Widerstand (Impedanz)	\underline{Z}	$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + jX_L = R + j\omega L$
Scheinwiderstand	Z	$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$
Phasenwinkel	φ	$\varphi = \arctan\left(\frac{X_L}{R}\right) = \arctan\left(\frac{\omega L}{R}\right)$
Komplexer Leitwert (Admittanz)	\underline{Y}	$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G + jB = \frac{1}{R + jX_L} = \frac{1}{Z} \times e^{-j\varphi}$
Komplexe Leistung	\underline{S}	$\underline{S} = P + jQ = R \times I^2 + jX_L \times I^2$ $\underline{S} = S \times e^{j\varphi} = \sqrt{R^2 + X_L^2} \times I^2 \times e^{j\varphi}$
Leistungsfaktor	$\cos(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + X_L^2}}$

Reihenschaltung von Impedanz und Kapazität

Die Spannung im Kondensator eilt dem Strom nach.

Komplexer Widerstand (Impedanz)	\underline{Z}	$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + jX_C = R - j\frac{1}{\omega C} = R + \frac{1}{j\omega C}$
Scheinwiderstand	Z	$Z = \sqrt{R^2 + (-X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$
Phasenwinkel	φ	$\varphi = \arctan\left(\frac{X_C}{R}\right) = \arctan\left(\frac{1}{\omega C \cdot R}\right)$
Komplexer Leitwert (Admittanz)	\underline{Y}	$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G + jB = \frac{1}{R - jX_C} = \frac{1}{R + j\left(\frac{-1}{\omega C}\right)} = \frac{1}{Z} \times e^{-j\varphi}$
Komplexe Leistung	\underline{S}	$\underline{S} = P + jQ = \underline{Z} \times I^2 = (R \times I^2) + j(X_C \times I^2)$ $\underline{S} = (R \times I^2) + j\left(\frac{-1}{\omega C} \times I^2\right) = S \times e^{j\varphi}$
Leistungsfaktor	$\cos(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (-X_C)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

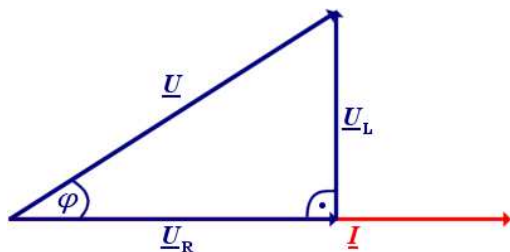
Formelsammlung Wechselstrom

Reihenschaltung von Impedanz, Induktivität und Kapazität

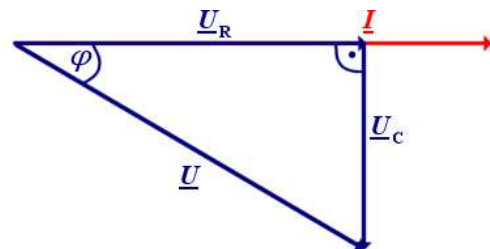
Wenn \underline{U}_L und \underline{U}_C gleich groß sind, gibt es keine Phasenverschiebung.

Komplexer Widerstand (Impedanz)	\underline{Z}	$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + jX_L + jX_C = R + j\omega L + j\frac{-1}{\omega C} =$ $\underline{Z} = R + j(X_L + X_C) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$
Scheinwiderstand	Z	$Z = \sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$
Phasenwinkel	φ	$\varphi = \arctan\left(\frac{X_L + X_C}{R}\right) = \arctan\left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)$
Komplexer Leitwert (Admittanz)	\underline{Y}	$\underline{Y} = G + jB = \frac{R}{R^2 + (X_L + X_C)^2} + j\frac{-X_C - X_L}{R^2 + (X_L + X_C)^2}$
Komplexe Leistung	\underline{S}	$\underline{S} = P + jQ = \underline{U} \times \bar{\underline{I}} = P + j(Q_L + Q_C)$ $\underline{S} = R \times I^2 + j\left(\omega L \times I^2 + \frac{-1}{\omega C} \times I^2\right)$
Leistungsfaktor	$\cos(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (X_L + X_C)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$

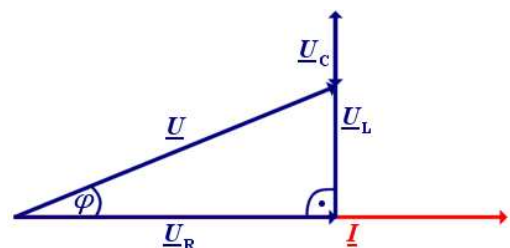
Strom-/Spannungs-Zeigerdiagramme



Zeigerdiagramm Reihenschaltung von R und L



Zeigerdiagramm Reihenschaltung von R und C



Zeigerdiagramm Reihenschaltung von R, L und C

Formelsammlung Wechselstrom

Parallelschaltung von Admittanzen

Komplexer Leitwert (Admittanz)	\underline{Y}	$\underline{Y} = \sum_{v=1}^n \underline{Y}_v = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \dots$
Stromteilerregel		$\frac{\underline{I}_v}{\underline{I}} = \frac{\underline{Y}_v}{\underline{Y}}$

Für ohmsche Widerstände wird nachfolgend deren Wirkleitwert $G = \frac{1}{R}$ verwendet.

Für den Wert des ohmschen Widerstands wird nachfolgend R_R verwendet, da R für den Gesamtwirkwiderstand des Stromkreises verwendet wird.

Parallelschaltung von Konduktanz und Induktivität

Komplexer Leitwert (Admittanz)	\underline{Y}	$\underline{Y} = G + jB = G + \frac{1}{j\omega L} = G + j\frac{-1}{\omega L} = Y \times e^{j\gamma}$
Scheinleitwert	Y	$Y = \frac{I}{U} = \sqrt{G^2 + \frac{1}{(\omega L)^2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{R_R}\right)^2 + \frac{1}{X_L^2}}$
Phasenwinkel	φ_Y oder γ	$\varphi_Y = \gamma = -\varphi = \arctan\left(\frac{B}{G}\right) = \arctan\left(\frac{\left(\frac{-1}{\omega L}\right)}{\left(\frac{1}{R_R}\right)}\right)$
Komplexer Widerstand	\underline{Z}	$\underline{Z} = R + jX = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{Y} \times e^{-j\varphi_Y}$
Wirkwiderstand	R	$R = \frac{G}{G^2 + \left(\frac{-1}{\omega L}\right)^2}$
Blindwiderstand	X	$X = \frac{\left(\frac{1}{\omega L}\right)}{G^2 + \left(\frac{-1}{\omega L}\right)^2}$
Komplexe Leistung	\underline{S}	$\underline{S} = P + jQ = \bar{\underline{Y}} \times U^2 = G \times U^2 + j\frac{1}{\omega L} \times U^2$
Leistungsfaktor	$\cos(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{G}{\sqrt{G^2 + \left(\frac{1}{\omega L}\right)^2}}$

Parallelschaltung von Leitwert und Kapazität

Komplexer Leitwert (Admittanz)	\underline{Y}	$\underline{Y} = \frac{I}{U} = G + jB = G + j\omega C = Y \times e^{j\gamma} = Y \times e^{j\varphi_Y}$
Scheinleitwert	Y	$Y = \frac{I}{U} = \sqrt{G^2 + (\omega C)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + (\omega C)^2}$
Phasenwinkel	φ_Y oder γ	$\varphi_Y = \gamma = -\varphi = \arctan\left(\frac{B}{G}\right) = \arctan\left(\frac{\omega C}{G}\right)$
Komplexer Widerstand (Impedanz)	\underline{Z}	$\underline{Z} = R + jX = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{G + j\omega C} = \frac{1}{Y} \times e^{-j\varphi_Y}$ $\underline{Z} = \frac{G}{G^2 + (\omega C)^2} + j \frac{-\omega C}{G^2 + (\omega C)^2}$
Wirkwiderstand	R	$R = \frac{G}{G^2 + (\omega C)^2}$
Blindwiderstand	X	$X = \frac{-\omega C}{G^2 + (\omega C)^2}$
Komplexe Leistung	\underline{S}	$\underline{S} = P + jQ = \underline{Y} \times U^2 = G \times U^2 - j\omega C \times U^2$
Scheinleistung	S	$S = U \times I$
Leistungsfaktor	$\cos(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{G}{\sqrt{G^2 + (\omega C)^2}}$

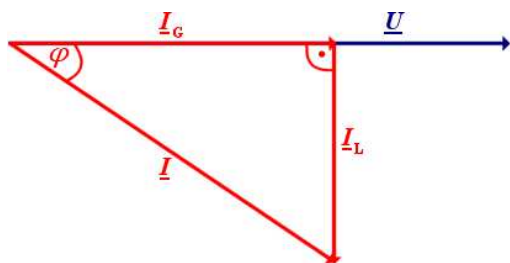
Parallelschaltung von Leitwert, Kapazität und Induktivität

Komplexer Leitwert (Admittanz)	\underline{Y}	$\underline{Y} = G + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}$ $\underline{Y} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = Y \times e^{j\varphi_Y}$
Scheinleitwert	Y	$Y = \frac{I}{U} = \sqrt{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$
Phasenwinkel	φ_Y oder γ	$\varphi_Y = \gamma = -\varphi = \arctan\left(\frac{B}{G}\right)$ $\varphi_Y = \arctan\left(\frac{\omega C - \frac{1}{\omega L}}{G}\right)$
Komplexer Widerstand	\underline{Z}	$\underline{Z} = R + jX = \frac{1}{\underline{Y}} = \frac{1}{Y} \times e^{-j\varphi_Y} = \frac{1}{Y} \times e^{j\varphi}$
Wirkwiderstand	R	$R = \frac{G}{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$

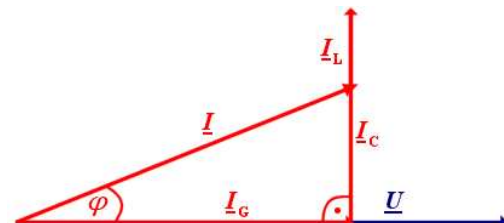
Formelsammlung Wechselstrom

Blindwiderstand	X	$X = \frac{-\omega C + \frac{1}{\omega L}}{G^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$
Komplexe Leistung	\underline{S}	$\underline{S} = P + j(Q_L + Q_C)$ $\underline{S} = G \times U^2 + j\left(\frac{1}{\omega L} \times U^2 - \omega C \times U^2\right)$ $\underline{S} = \bar{Y} \times U^2$
Leistungsfaktor	$\cos(\varphi)$	$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{G}{\sqrt{G^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}}$

Strom-/Spannungs-Zeigerdiagramme

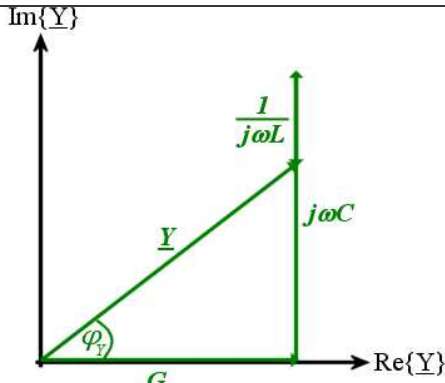
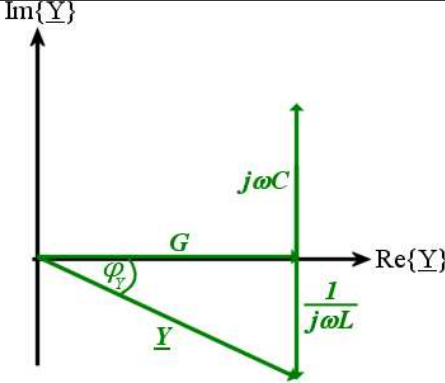
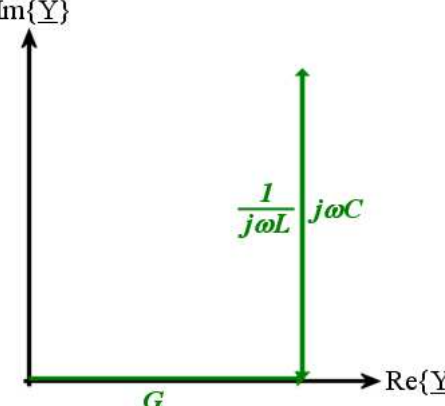


Zeigerdiagramm Parallelschaltung von G und L



Zeigerdiagramm Parallelschaltung von G, C und L

Verhalten von Schaltungen

<p> $\omega C > \frac{1}{\omega L}$ Die Schaltung verhält sich ohmsch-kapazitiv. φ ist negativ </p>	 <p>Leitwert einer ohmsch-kapazitiven Schaltung</p>
<p> $\frac{1}{\omega L} > \omega C$ Die Schaltung verhält sich ohmsch-induktiv. φ ist positiv </p>	 <p>Leitwert einer ohmsch-induktiven Schaltung</p>
<p> $\frac{1}{\omega L} = \omega C$ Die Schaltung verhält sich rein ohmsch. $\varphi = 0^\circ$ und $\underline{Y} = G$ </p>	 <p>Leitwert einer rein ohmschen Schaltung</p>